

Práctica 9: Test de Hipótesis.

- 1) Un director de manufactura debe convencer a la gerencia que un nuevo método de fabricación reduce los costos, antes de poder implementarlo. El método actual funciona con un costo promedio de \$220 dólares por hora. Se va a llevar a cabo una investigación en la que se medirá el costo del nuevo método durante un período de producción de muestra.
- a) Defina la hipótesis nula y alternativa que sean más adecuadas para este estudio.
  - b) Comente acerca de la conclusión cuando no se pueda rechazar  $H_0$ .
  - c) Comente acerca de la conclusión cuando sí se pueda rechazar  $H_0$ .

2) Completar la siguiente tabla:

Prueba estadística	Nivel de significación	Tipo de prueba	Valor crítico	Región de rechazo	Conclusión
$z = 0,88$	0,05	Bilateral			
$z = -2,67$	0,05	Unilateral izquierdo			
$z = 5,05$	0,01	Bilateral			
$z = -1,22$	0,01	Unilateral izquierdo			

3) Completar la siguiente tabla:

Prueba estadística	Nivel de significación	Tipo de prueba	Valor p	Conclusión
$z = 3,01$	0,05	Bilateral		
$z = -2,47$	0,05	Unilateral derecho		
$z = -1,30$	0,01	Bilateral		
$z = -2,88$	0,01	Unilateral izquierdo		

4) Para las siguientes situaciones planteadas se pide:

- a) ¿Es una prueba unilateral o bilateral?
- b) Definir la regla de decisión y la zona de rechazo.
- c) Calcular el valor del estadístico de la prueba.
- d) ¿Cuál es su decisión respecto de  $H_0$ ?
- e) ¿Cuál es el valor de p? Interpretarlo.

- i) Una muestra de 64 observaciones se selecciona de una población normal. La media de la muestra es de 215 y la desviación estándar poblacional es de 15. Lleve a cabo la prueba de hipótesis, utilizando un nivel de significación del 5%.

$$H_0 : \mu \leq 220$$

$$H_1 : \mu > 220$$

- ii) Una muestra de 36 observaciones se selecciona de una población normal. La media de la muestra es de 21 y la desviación estándar poblacional es de 5. Lleve a cabo la prueba de hipótesis, utilizando un nivel de significación del 5%.

$$H_0 : \mu \leq 20$$

$$H_1 : \mu > 20$$

- iii) Una muestra de 12 observaciones donde la media de la muestra fue de 407 y la desviación estándar de la muestra fue de 6. Indique qué supuestos son necesarios para realizar el test de hipótesis y llévelo adelante con un nivel de significación del 5%.

$$H_0 : \mu = 400$$

$$H_1 : \mu \neq 400$$

- 5) Un nuevo programa de dieta se anuncia diciendo que los participantes perderán, en promedio, por lo menos ocho kilos durante el primer mes del programa. Una muestra aleatoria de 40 participantes dio como resultado una pérdida promedio de siete kilos. La desviación estándar de la muestra fue de 3,2 kilos.

- a) ¿Cuál es la regla de rechazo con un nivel de significancia de 0,05?  
b) ¿Cuál es su conclusión sobre lo que dice el anuncio?  
c) ¿Cuál es el valor p?

- 6) Se tiene la siguiente prueba de hipótesis:

$$H_0 : \mu = 5$$

$$H_1 : \mu \neq 5$$

Suponga los siguientes estadísticos de prueba. Calcule los valores p correspondientes y defina sus conclusiones basado en un nivel de significancia de 0,05.

- a)  $z = 1,80$   
b)  $z = -0,45$

- c)  $z = 2,05$   
d)  $z = -3,50$   
e)  $z = -1,00$
- 7) Una operación de línea de montaje automatizada tiene una media del tiempo de terminación de 2,2 minutos. Debido al efecto del tiempo de terminación sobre las operaciones anteriores y siguientes de ensamble, es importante mantener esa norma de 2,2 minutos. Una muestra aleatoria de 45 tiempos da como resultado una media del tiempo de 2,39 minutos con una desviación estándar de 0,20 minutos. Emplee un nivel de significancia de 0,02 y pruebe si la operación cumple con su norma de 2,2 minutos.
- 8) En la Universidad Western la media histórica de la calificación de los alumnos que ingresan ha sido 900, con desviación estándar de 180. Cada año se toma una muestra de las solicitudes para ver si se conserva el mismo nivel de calificaciones que en años anteriores. La hipótesis nula que se prueba es  $H_0 : \mu = 900$ . Una muestra de 200 alumnos que ingresaron este año da como resultado una calificación de 935. Use un nivel de significancia de 0,05.
- a) Plantee y resuelva el test de hipótesis.  
b) ¿Cuál es el valor p para esta prueba?
- 9) De acuerdo con la Asociación Nacional de Vendedores de Automóviles de los EEUU, la media del precio de los automóviles usados es de 10.192 dólares. Un gerente de una agencia de automóviles usados en la ciudad de Kansas revisó en su establecimiento una muestra de 100 ventas. El precio de la media de la muestra fue de 9.300 dólares. y la desviación estándar de la muestra fue de 4.500 dólares. Si  $\mu$  representa la media del precio de la población de automóviles usados en esa agencia:
- a) Defina las  $H_0$  y  $H_1$  más adecuadas para realizar el estudio de  $\mu$ .  
b) ¿Cuál es la conclusión de la prueba de hipótesis si trabaja con un nivel de significancia de 0,05?  
c) ¿Cuál es el valor p?  
d) ¿Qué información proporciona el resultado de la prueba de hipótesis al gerente de la agencia? ¿Qué acción de seguimiento podría considerar ese gerente?
- 10) Se tiene la siguiente prueba de hipótesis:

$$H_0 : \mu \leq 50$$

$$H_1 : \mu > 50$$

Suponga que una muestra de 16 artículos da como resultado los siguientes estadísticos. ¿Qué puede decir acerca de los valores  $p$  en cada caso? ¿Cuáles son sus conclusiones basadas en un nivel de significancia de 0,05?

- a)  $t = 2,602$
- b)  $t = 1,341$
- c)  $t = 1,960$
- d)  $t = 1,055$
- e)  $t = 3,261$

11) Según un artículo publicado en la revista American Demographics, la familia estadounidense promedio gasta 180 dólares diarios. Una muestra de 25 familias en Corning, Nueva York, tiene un promedio diario de gastos de 168,50 dólares con desviación estándar de 14,50 dólares.

- a) Pruebe  $H_0 : \mu=180$  y  $H_0 : \mu \neq 180$  para ver si esa población difiere del promedio en Estados Unidos. Use nivel de significancia de 0,05. ¿Cuál es su conclusión?
- b) ¿Cuál es el valor de  $p$ ?

12) Un estudio sobre una medicina para reducir la presión sanguínea usó una muestra de 25 hombres con edades entre 45 y 55 años. Si  $\mu$  indica la media del cambio en la presión arterial para la población de hombres que toman la medicina, las hipótesis en la investigación se definieron como  $H_0 : \mu \geq 0$  y  $H_1 : \mu < 0$ . El rechazo de  $H_0$  indica que la media del cambio es negativa y que la medicina es eficaz para bajar la presión sanguínea.

- a) En un nivel de significancia de 0,05 ¿qué conclusión se saca si  $\bar{x} = -10$  y  $s = 15$ ?
- b) ¿Qué puede decir acerca del valor  $p$ ?

13) Las ventas mensuales de un producto son variables con una media de 700.000 unidades. Durante 5 meses se ha desarrollado una campaña publicitaria registrándose los siguientes volúmenes de venta en miles de unidades: 607; 725; 784; 790 y 810

- a) ¿Considera Ud. que estos datos arrojan evidencia concluyente para poder afirmar con un riesgo máximo del 1% que la campaña ha sido efectiva? Plantear las hipótesis apropiadas, indicar condición de rechazo y regla de decisión. ¿Qué suposiciones debe tener en cuenta para realizar el test de hipótesis?
- b) Expresar claramente en términos del problema el error de tipo I y el error de tipo II.
- c) Estimar el volumen medio de las ventas con un 95% de confianza.

14) Una empresa radicada en el interior del país comenzará una campaña de ventas si el ingreso medio de las familias de la zona supera los \$1000 por mes. A efectos de tomar una decisión

se toma una muestra de 100 familias registrándose un ingreso medio en el último mes de \$1100 y un desvío estándar de \$923. Asumiendo un 1% de significancia:

- a) ¿Aconsejaría Ud. comenzar la campaña de ventas?
- b) Calcule límites de confianza del 90% para el ingreso medio de esta zona.

15) En una zona de Capital Federal se realizará un muestreo sobre una población compuesta por negocios minoristas, con el objeto de estimar el número medio de empleados por establecimiento. La experiencia en encuestas por muestreo indica que el desvío es de 1,2 empleados por establecimiento.

- a) Estimar el número medio de empleados para todos los negocios minoristas, teniendo en cuenta los resultados que se muestran en la tabla. Asuma un nivel de significación del 5%.
- b) ¿Cuál debería ser el tamaño de la muestra si se desea reducir el error de muestreo anterior a la mitad?
- c) ¿Existen pruebas contundentes como para afirmar que el número medio de empleados por establecimiento es menor a 5? Asuma un nivel de significación del 5%.

Empleados	Establecimientos
0	2
1	4
2	5
3	6
4	4
5	2

16) Un fabricante de bujías afirma que sus productos tienen una duración media superior a 22.100 millas.

- a) Plantee las hipótesis nula y alternativa adecuadas para probar la validez de la afirmación del fabricante.
- b) El dueño de una flotilla compró un juego de 18 bujías en las cuales observó que la duración media fue de 21.400 millas con una desviación estándar de 1.500 millas. Suponer que la duración de las bujías es una variable aleatoria que posee distribución normal. ¿Contradice la evidencia la afirmación del fabricante si se considera un nivel de significación del 1%?

17) La experiencia en la cría de pollos ha mostrado que el peso medio de los mismos a los cinco meses es de 4,35 libras. En un esfuerzo por incrementar el peso de los pollos, se agrega un aditivo especial al alimento. Los pesos en libras de una muestra de pollos de cinco meses de edad se muestran a continuación:

4,41 4,37 4,33 4,35 4,30 4,39 4,36 4,38 4,40 4,39

- a) ¿Qué supuestos debe asumir para realizar un test de hipótesis?
- b) ¿El aditivo ha incrementado el peso medio de los pollos con un nivel de significación del 1%?
- c) Estimar el peso medio de todos los pollos con una confianza del 95%.
- 18) Un fabricante de equipos electrónicos encontró que la media del tiempo que necesitan los nuevos operarios para armar un nuevo equipo es de 3 horas con una desviación estándar de 0,20 horas. Un consultor desarrolló un nuevo instructivo con el fin de reducir el tiempo que necesita un operario inexperto para montar el nuevo equipo. Una muestra aleatoria de 15 operarios nuevos mostró que el tiempo medio de armado fue de 2,90 horas. Suponiendo que la población de tiempos posee distribución normal y utilizando un nivel de significación del 5%. ¿Podemos concluir que el instructivo diseñado por el consultor es eficaz?
- 19) Sean las siguientes hipótesis nula y alternativa:

$$H_0 : p \leq 0,70$$

$$H_1 : p > 0,70$$

Una muestra de 100 observaciones arrojó una proporción muestral de 0,75 ¿Puede rechazar la hipótesis nula con un nivel de significación del 5%? (Calcular el estadístico de prueba y el valor p).

- 20) Sean las siguientes hipótesis nula y alternativa:

$$H_0 : p = 0,40$$

$$H_1 : p \neq 0,40$$

Una muestra de 120 observaciones arrojó una proporción muestral de 0,30 ¿Puede rechazar la hipótesis nula con un nivel de significación del 5%? (Calcular el estadístico de prueba y el valor p).

- 21) Una investigación llevada a cabo por una universidad indica que el 50% de los estudiantes cambia de área de estudios luego del primer año. Una muestra aleatoria de 100 estudiantes de la facultad de administración reveló que 48 habían cambiado de área de estudio luego del primer año ¿Hubo una reducción significativa en la proporción de estudiantes que cambian de área de estudio el primer año? Utilizar un nivel de significación del 5%.
- 22) Responda las siguientes preguntas referidas a tests de hipótesis de la varianza poblacional:
- a) ¿Qué distribución muestral se utiliza para realizar inferencias sobre  $\sigma^2$ ?
- b) ¿Qué condiciones se requieren para realizar un test válido para  $\sigma^2$ ?

- c) Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.
- i) Las hipótesis nulas  $H_0 : \sigma^2=0,25$  y  $H_0 : \sigma=0,5$  son equivalentes.
  - ii) Cuando el tamaño de la muestra es grande, no se necesitan supuestos adicionales sobre la distribución poblacional para testear la varianza poblacional  $\sigma^2$ .
- 23) Una muestra aleatoria de  $n$  observaciones se selecciona de una población normal para evaluar la hipótesis nula que  $\sigma^2=25$ . Especifique el área de rechazo para cada una de las siguientes combinaciones de  $H_1$ ,  $\alpha$  y  $n$ .
- a)  $H_1 : \sigma^2 \neq 25; \alpha=0,05; n=16$
  - b)  $H_1 : \sigma^2 > 25; \alpha=0,01; n=23$
  - c)  $H_1 : \sigma^2 > 25; \alpha=0,10; n=15$
  - d)  $H_1 : \sigma^2 < 25; \alpha=0,01; n=13$
  - e)  $H_1 : \sigma^2 \neq 25; \alpha=0,10; n=7$
  - f)  $H_1 : \sigma^2 < 25; \alpha=0,05; n=25$
- 24) Una muestra aleatoria de siete observaciones arrojó como resultado  $\bar{x} = 9,4$  y  $s^2 = 1,84$ .
- a) ¿Qué supuestos son necesarios sobre la población para realizar un test de hipótesis sobre  $\sigma^2$ ?
  - b) Suponga que los supuestos de la parte (a) se cumplen. Realice el test de la hipótesis nula  $\sigma^2 = 1$  contra la hipótesis alternativa  $\sigma^2 > 1$ . Utilice  $\alpha=0,05$ .
  - c) Suponga que los supuestos de la parte (a) se cumplen. Realice el test de la hipótesis nula  $\sigma^2 = 1$  contra la hipótesis alternativa  $\sigma^2 \neq 1$ . Utilice  $\alpha=0,05$ .
- 25) Un grupo de investigadores de la Universidad de Texas-Houston realizó un exhaustivo estudio sobre mujeres embarazadas consumidoras de cocaína (Journal of Drug Issues, 1997). Todas las mujeres del estudio consumieron cocaína de manera regular (al menos tres veces por semana) durante más de un año. Una de las variables analizadas fue el peso en kilogramos de los bebés recién nacidos. Para una muestra de 16 de estas mujeres, el peso de nacimiento promedio fue de 2,971 kilogramos con una desviación estándar de 0,410 kilos. Indique los supuestos necesarios que deben verificarse y determine, con un nivel de significatividad del 0,01, si la varianza en el peso de nacimiento es menor a 0,2.
- 26) Los oftalmólogos requieren de un instrumento que pueda medir rápidamente la presión intraocular en los pacientes con glaucoma. Se sabe que el dispositivo utilizado actualmente brinda lecturas de la presión con una varianza de 10,3. Un instrumento recientemente desarrollado brindó 5 lecturas de la presión de un mismo ojo con una varianza de 9,8. ¿Existe suficiente evidencia para afirmar que el nuevo instrumento es más confiable que el

actualmente en uso? Utilice  $\alpha=0,05$  y especifique los supuestos necesarios para realizar la prueba de hipótesis.