

# Test de hipótesis



# Test de hipótesis

---



- En términos estadísticos una hipótesis es un supuesto acerca de un **parámetro poblacional**.
- Ejemplos
  - El porcentaje medio de fumadores en Argentina es 38%.
  - No más del 2% de los productos son defectuosos.
  - El tiempo medio de la maratón es de 95 minutos.
  - El tiempo de adiestramiento de la empresa X es de 55 días.
  - El tiempo medio diario de encendido de los canales de aire es superior a las 6 hs 30'.

# Hipótesis nula e hipótesis alternativa



- **Hipótesis Nula=  $H_0$**  representa el status quo. A menudo es lo que se conoce y se desea evaluar que tan cierto es ante la nueva evidencia recolectada.
- **Hipótesis Alternativa= $H_A$**  representa lo opuesto a  $H_0$ , y será cierta si se encuentra que la  $H_0$  es falsa.
- La posición de status quo que representa  $H_0$  no será abandonada a menos que la evidencia en favor de  $H_A$  es tan abrumadora que se pueda rechazar  $H_0$  en favor de  $H_A$ .

# Planteo de la hipótesis vs. la alternativa



- Ejemplos
  - El porcentaje medio de fumadores en Argentina es 38%.  
 $H_0: p=38\%$  vs.  $H_A p \neq 38\%$
  - No más del 2% de los productos son defectuosos.  
 $H_0: p \leq 2\%$  vs.  $H_A p > 2\%$
  - El tiempo medio de la maratón es de 95 minutos.  
 $H_0: \mu=95$  vs.  $H_A \mu \neq 95$
  - El tiempo de adiestramiento de la empresa X es al menos de 55 días.  
 $H_0: \mu \geq 55$  vs.  $H_A \mu < 55$
  - El tiempo medio de encendido de los canales de aire es superior a las 6 hs 30'.  
 $H_0: \mu \geq 6 \text{ hs } 30'$  vs.  $H_A \mu < 6 \text{ hs } 30'$



# Planteo de la $H_0$ vs. $H_A$

- Posibles formas para las hipótesis nulas y alternativas
  1.  $H_0: \mu = \mu_0$  vs.  $H_A: \mu \neq \mu_0$
  2.  $H_0: \mu \leq \mu_0$  vs.  $H_A: \mu > \mu_0$
  3.  $H_0: \mu \geq \mu_0$  vs.  $H_A: \mu < \mu_0$
- No siempre resulta obvio determinar la hipótesis nula y la hipótesis alternativa. Notar que la **igualdad** de la expresión ( $=, \leq, \geq$ ) aparece siempre en la **hipótesis nula**.
- Tener presente siempre que la alternativa es lo que se trata de establecer mediante la evidencia empírica.

# Planteo de la $H_0$ vs. $H_A$ – Test unilateral (a una cola)



## Test de hipótesis de una investigación

- El rendimiento promedio de determinado auto es de 14 km por litro de combustible. El grupo de I&D dice haber mejorado el rendimiento de un nuevo carburador. A tal fin fabricarán varios carburadores y los pondrán a prueba. ¿Cual es la hipótesis nula y alternativa que se desea testear?
  1.  $H_0: \mu=14$  vs.  $H_A: \mu \neq 14$
  2.  $H_0: \mu \leq 14$  vs.  $H_A: \mu > 14$
  3.  $H_0: \mu > 14$  vs.  $H_A: \mu \leq 14$
  4.  $H_0: \mu=14$  vs.  $H_A: \mu > 14$
  5.  $H_0: \mu \geq 14$  vs.  $H_A: \mu < 14$
- En los estudios de investigación se debe formular las  $H_0$  y  $H_A$  de forma tal que el rechazo de  $H_0$  respalde la investigación realizada y la acción que van a llevar a cabo. Por lo tanto la hipótesis investigada debe expresarse como alternativa.

# Planteo de la $H_0$ vs. $H_A$ – Test unilateral (a una cola)

## Prueba de validez de una afirmación

---



- Una planta embotelladora afirma que sus botellas de 2 litros contienen un promedio mínimo de 1997 ml. Se selecciona una muestra de botellas y se medirán sus contenidos para investigar la afirmación del fabricante. Plantear  $H_0$  y  $H_A$
- En estos casos uno asume que la afirmación del fabricante es cierta, a menos que la evidencia empírica demuestre lo contrario.
- Si los resultados de la muestra indican que  $H_0$  no se puede rechazar, no hay motivos para dudar de la afirmación del fabricante. Por el contrario si se rechaza  $H_0$ , la afirmación de la embotelladora es incorrecta
- En los estudios de validez de una afirmación, la  $H_0$  suele tomar la afirmación como verdadera y es la evidencia la que se encargará de refutarla si esto no es así.

# Planteo de la $H_0$ vs. $H_A$ – Test bilateral (a 2 colas)



## Pruebas en casos de toma de decisiones

- Hasta aquí vimos como se actuaba cuando se rechazaba  $H_0$ . Pero también puede tenerse dos cursos de acciones a tomar, tanto si se rechaza  $H_0$  como si no se rechaza  $H_0$ .
- Pensemos en un embarque que se acaba de recibir y se debe someter a un control de calidad, para aceptar todo el embarque o regresarlo al proveedor porque no cumple con las especificaciones.
- Supongamos que se tratan de piezas que deben medir 5 cm. Si la longitud promedio de las piezas es mayor o menor a la norma de 5 cm se rechaza el embarque. Plantear  $H_0$  y  $H_A$
- Si los resultados de la muestra indican que no se puede rechazar  $H_0$ , no hay razones para dudar de todo el embarque. Por el contrario se rechazará todo el embarque si la muestra así lo indica. En ambos casos hay cursos de acción a seguir.

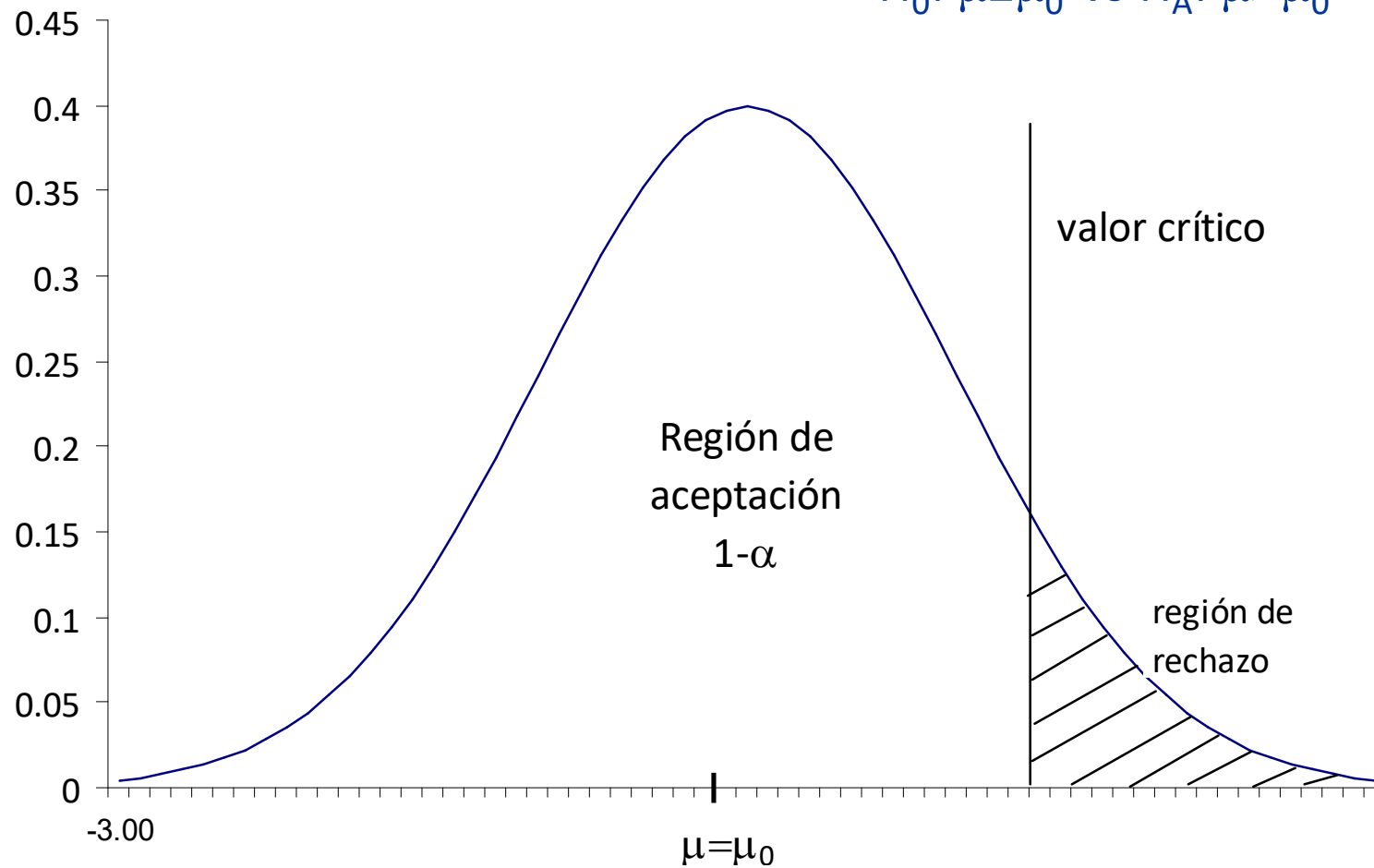


# Representación gráfica del test unilateral



$$H_0: \mu = \mu_0 \quad \text{vs.} \quad H_A: \mu > \mu_0$$

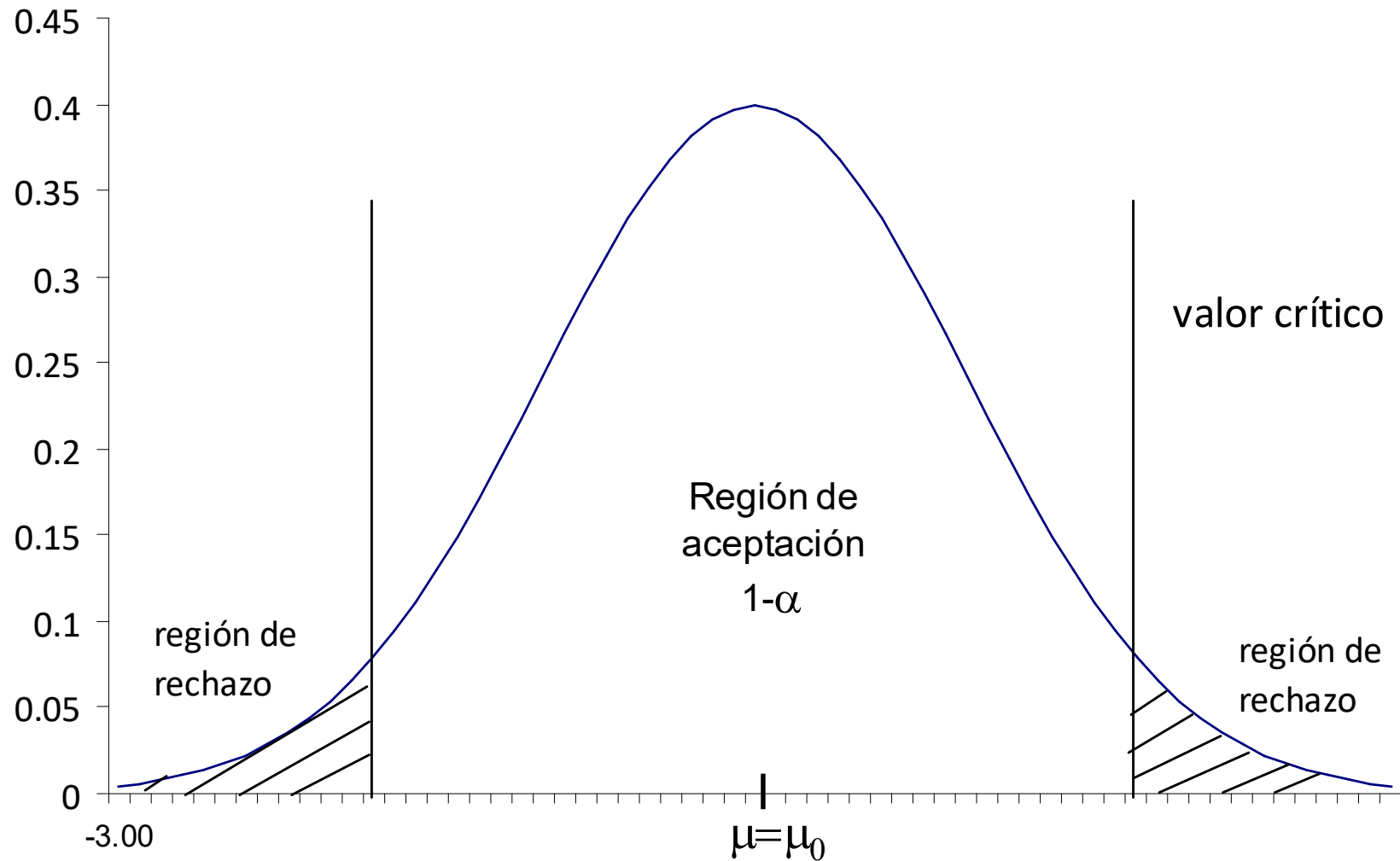
Notar que la probabilidad es la misma si se plantea  $H_0: \mu \leq \mu_0$  vs  $H_A: \mu > \mu_0$



# Representación gráfica del test bilateral



$$H_0: \mu = \mu_0 \quad \text{vs.} \quad H_A: \mu \neq \mu_0$$





# Errores de Tipo I y Tipo II

- La  $H_0$  y la  $H_A$  son afirmaciones sobre parámetros poblacionales que compiten entre sí.
- O  $H_0$  es verdadera o lo es la  $H_A$ , pero no ambas a la vez.
- El investigador tomará una decisión basado en la evidencia empírica recolectada.
- Lo ideal en los test de hipótesis es no rechazar  $H_0$  cuando  $H_0$  es verdadera, y rechazar  $H_0$  cuando la  $H_A$  es cierta.
- Pero esto no siempre ocurre. Dado que nos basamos en **información muestral podemos cometer errores.**
- **Dos son los tipos de error que podemos cometer**



# Errores de Tipo I y Tipo II

- Dos son los tipos de error que podemos cometer:
  - Rechazar  $H_0$  cuando  $H_0$  es verdadera
  - No rechazar  $H_0$  cuando  $H_0$  es falsa
- Por lo general, casi nunca sabemos si  $H_0$  o  $H_A$  es verdadera, por eso mismo debemos considerar todas las posibilidades.
- $P(\text{rechazar } H_0 \text{ cuando } H_0 \text{ es verdadera}) = \text{Error de tipo I}$
- $P(\text{no rechazar } H_0 \text{ cuando } H_0 \text{ es falsa}) = \text{Error de tipo II}$
- ¿Es el **error de tipo I** más grave que el **error de tipo II**? ¿O al revés?
- Pensar en  $H_0$ : el acusado es inocente vs.  $H_A$ : el acusado es culpable



# Errores de Tipo I y Tipo II

- $P(\text{Rechazar } H_0 \text{ cuando } H_0 \text{ es verdadera}) = P(\text{Rechazar } H_0 / H_0 \text{ es verdadera}) = \text{Error de tipo I} = \text{nivel de significación} = \alpha$ .
- Por lo general se trabaja con un nivel de significación  $\alpha = 5\%$  o  $1\%$
- Esto significa que en aquellos casos en que  $H_0$  es verdadera, no queríamos rechazarla en más del  $5\%$  ( $1\%$ ) de los casos.
- En otras palabras, trabajando con un nivel de significación del  $0.05$ , hay un  $5\%$  de posibilidades de rechazar  $H_0$  cuando en realidad no deberíamos hacerlo.
- **Incrementar  $\alpha$  equivale a incrementar el error de tipo I.** Es por esta razón que preferimos  $\alpha$  pequeños.

# Errores de tipo I y tipo II



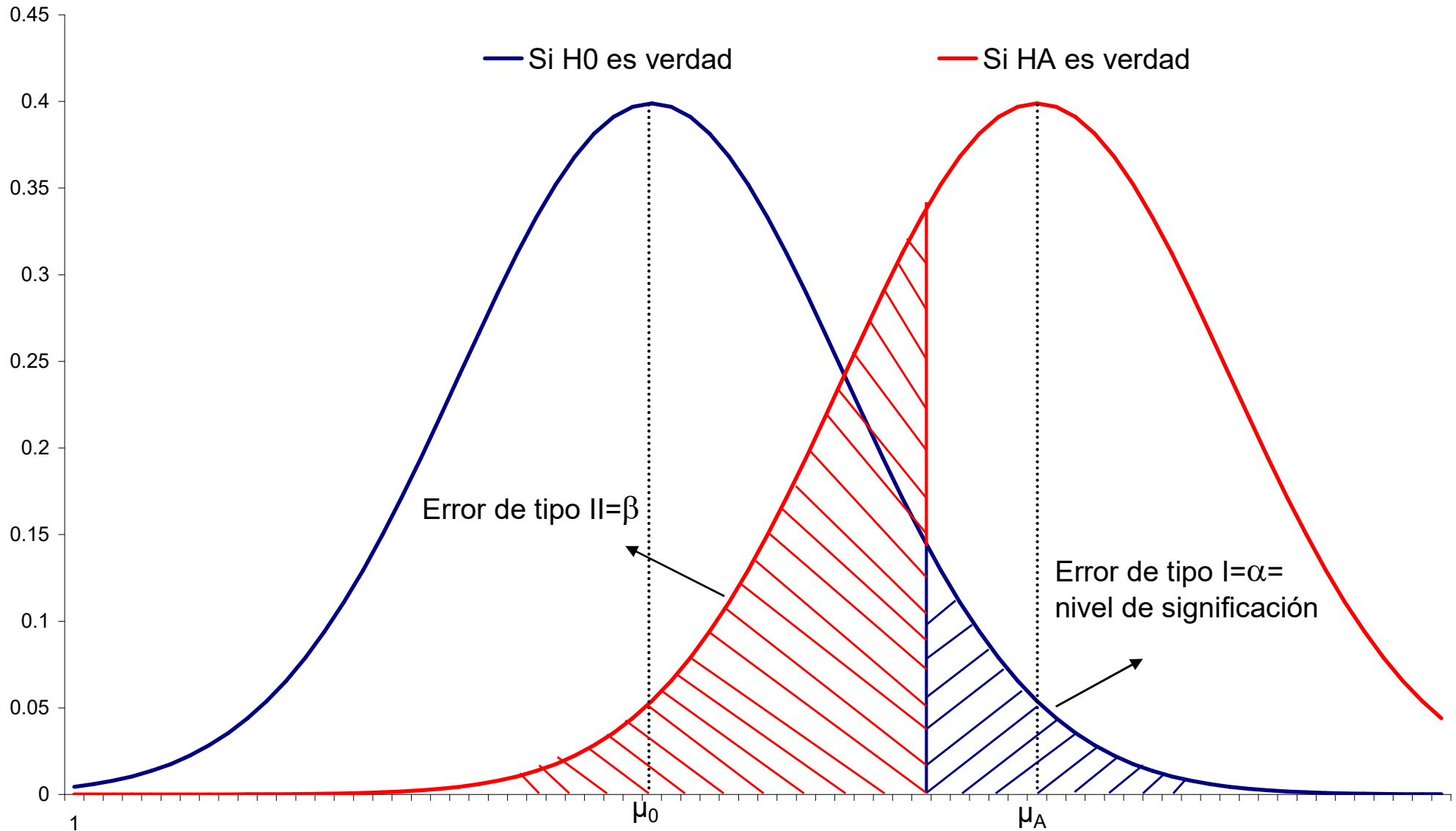
Test de Hipótesis		
	Decisión estadística	
Verdadero estado de la Hipótesis Nula	No se rechaza $H_0$	Se rechaza $H_0$
$H_0$ es verdadera	<b>Decisión correcta</b> $1-\alpha$ = nivel de confianza (región de aceptación)	<b>Error de tipo I</b> = $\alpha$ = nivel de significación del test
$H_0$ es falsa ( $H_A$ es verdadera)	<b>Error de tipo II = <math>\beta</math></b>	<b>Decisión Correcta</b> Probabilidad = $1-\beta$ = potencia del test

# Errores de Tipo I y Tipo II



- Si el  $\alpha$  que uno elige es más pequeño que 5%, digamos 1%, es porque uno está actuando con mucha precaución respecto del rechazo de  $H_0$ . Es decir, se está siendo muy cauto acerca del rechazo de  $H_0$ , en consecuencia se va a demandar evidencia muy contundente en favor de  $H_A$  antes de tomar esa decisión.
- Si por el contrario uno cree que el error de tipo II debe ser pequeño, i.e. el error de no rechazar  $H_0$  cuando  $H_A$  es verdadera, se debería elegir entonces un nivel de significación más alto, porque al incrementar el  $\alpha$  se disminuye el error de tipo II. El objetivo en este caso es ser cautos respecto a la probabilidad de no rechazar la  $H_0$  cuando la  $H_0$  es falsa.
- ¿Pero se puede disminuir ambos errores simultáneamente?

# ¿Se pueden reducir ambos errores simultáneamente?

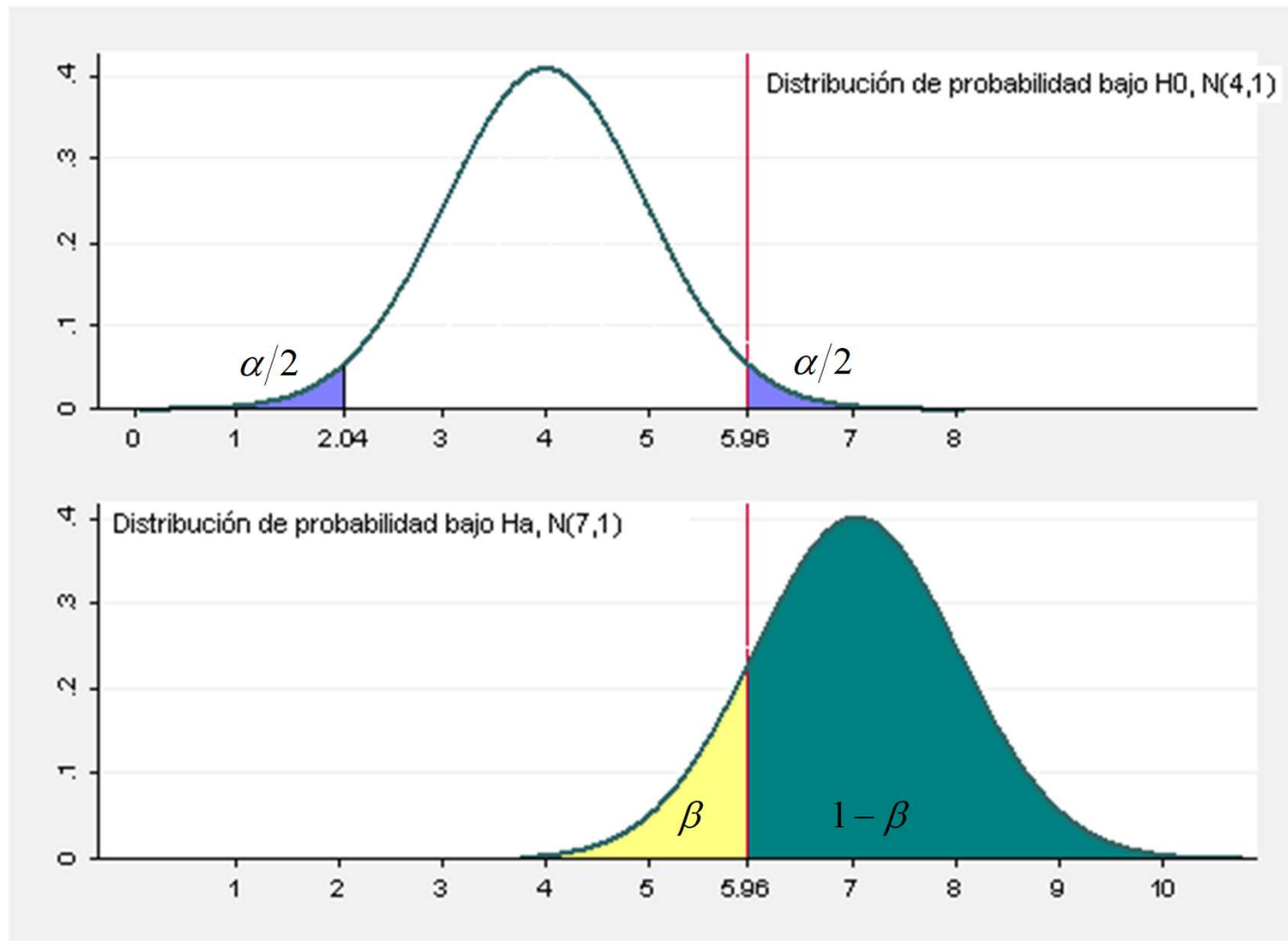




# Errores de tipo I y tipo II



$$H_0: \mu=4 \quad \text{vs.} \quad H_A: \mu \neq 4$$





# Test de hipótesis

- Los organizadores de la carrera afirman en base a sus registros que el tiempo promedio poblacional de carrera es de 94.52 minutos con una desviación estándar de 15.93. Se considera una muestra de 100 corredores que arrojo un tiempo promedio de 97.19. ¿ En base a esta muestra se puede afirmar que el tiempo medio de carrera es superior a 94.52 minutos?
- $H_0: \mu=94.52$  vs.  $H_A: \mu>94.52$  no se afecta el análisis estadístico si se establece
- $H_0: \mu\leq 94.52$  vs.  $H_A: \mu>94.52$  Siempre se plantea la hipótesis sobre el parámetro poblacional desconocido. Nunca sobre los estadísticos muestrales.
- Por lo general se especifica la igualdad de  $H_0$ .



# ¿Cómo se construye el test de hipótesis?

- $H_0: \mu=94.52$  vs.  $H_A: \mu > 94.52$
- $n=100$ ,  $\bar{X} = 97.19$  ,  $\sigma=15.93$
- Se establece un nivel de significación con el que se desea trabajar. Si decidimos  $\alpha = 0.05$  , quiere decir que estamos dispuestos a cometer 5% de error de tipo I.
- Se construye el estadístico  $Z_{\text{observado}} = \frac{\text{valor observado } (\bar{X}) - \mu_{H_0}}{\sigma / \sqrt{n}}$
- Luego debemos hallar el valor crítico Z asociado a  $\alpha = 0.05$
- Finalmente rechazamos  $H_0$  si el estadístico Z es superior al valor Z crítico, es decir si cae fuera de la región de aceptación.
- Si  $Z_{\text{observado}} > Z_{\text{crítico}} \rightarrow$  rechazó  $H_0$
- Si  $Z_{\text{observado}} < Z_{\text{crítico}} \rightarrow$  no rechazó  $H_0$



# Resumiendo: Test de hipótesis para la media (muestras grandes)

- Si  $H_0: \mu = \mu_0$  vs.  $H_A: \mu > \mu_0$  entonces la regla de decisión es rechazar  $H_0$  si

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_{H_0}}{\sigma / \sqrt{n}} > Z_{\alpha}$$

- Si  $H_0: \mu = \mu_0$  vs.  $H_A: \mu < \mu_0$  entonces la regla de decisión es rechazar  $H_0$  si

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_{H_0}}{\sigma / \sqrt{n}} < -Z_{\alpha}$$

- Si  $H_0: \mu = \mu_0$  vs.  $H_A: \mu \neq \mu_0$  entonces la regla de decisión es rechazar  $H_0$  si

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_{H_0}}{\sigma / \sqrt{n}} > Z_{\alpha/2} \quad \text{o} \quad Z = \frac{\bar{X} - \mu_{H_0}}{\sigma / \sqrt{n}} < -Z_{\alpha/2}$$



# Ejemplo

- Una compañía ha producido millones de tubos de TV con una vida útil media de  $\mu=1200$  horas y una desviación estándar  $\sigma=300$  horas. Un nuevo proceso recomendado por el departamento de ingeniería arrojó un  $\bar{X} = 1265$  para una muestra de 100 tubos. Si bien esta muestra hace que el nuevo proceso luzca superior, no será sólo una cuestión de variación muestral. ¿Es el nuevo proceso superior al anterior? Considerar un nivel de significación conservador, i.e.  $\alpha=1\%$ .



# El valor p (p-value)

- El **valor p**, también llamado probabilidad de significación observada, **es la probabilidad asociada al test estadístico Z computado/observado**, que indica cuan adversa es la muestra observada (o muestras aún más extremas) para la  $H_0$  especificada, **asumiendo que  $H_0$  es correcta**.
- Equivalentemente podemos pensar al **valor p** como la probabilidad de observar una muestra al menos tan favorable para la  $H_A$  como la que se obtuvo, si la  **$H_0$  es verdadera**.
- Matemáticamente, **el valor p o p-value equivale a**

*valor - p = P(de la muestra observada o muestras más extremas dado que  $H_0$  es verdadera)*



# El valor p (p-value)

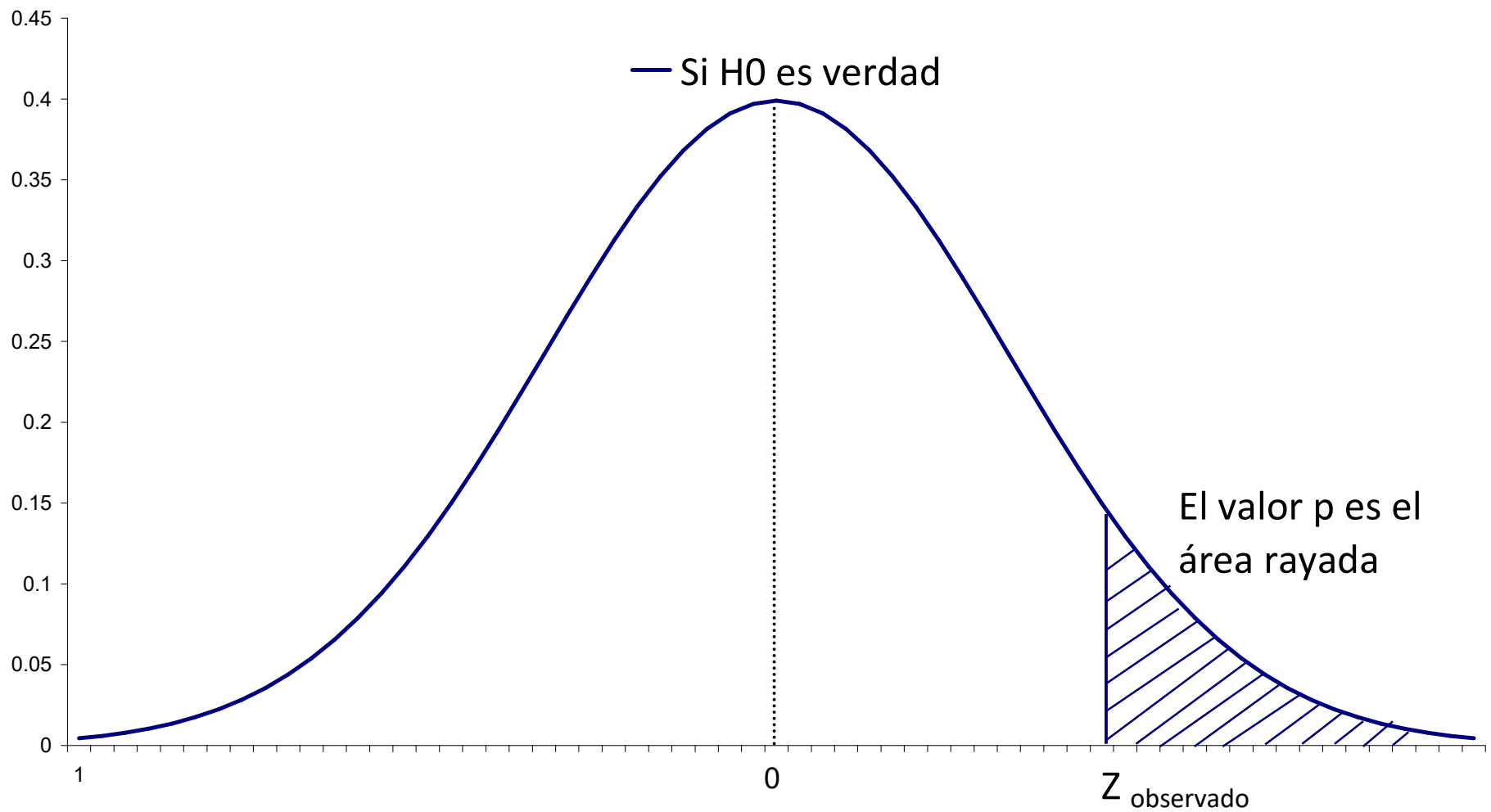
---

- Este valor p se usa para determinar cuando se rechaza  $H_0$ 
  - Si el valor  $p \leq \alpha$  entonces rechazo  $H_0$
  - Si el valor  $p > \alpha$  entonces no rechazo  $H_0$ .
- Tener presente que los valores p son probabilidades, luego varían entre 0 y 1.
- Valores **p pequeños** están asociados a **Z observados grandes**. Entonces se rechaza  $H_0$ .
- Valores **p grandes** están asociados a **Z observados pequeños**. Entonces no se rechaza  $H_0$ .



# El valor p (p-value)

$H_0: \mu = \mu_0$  vs.  $H_A: \mu > \mu_0$

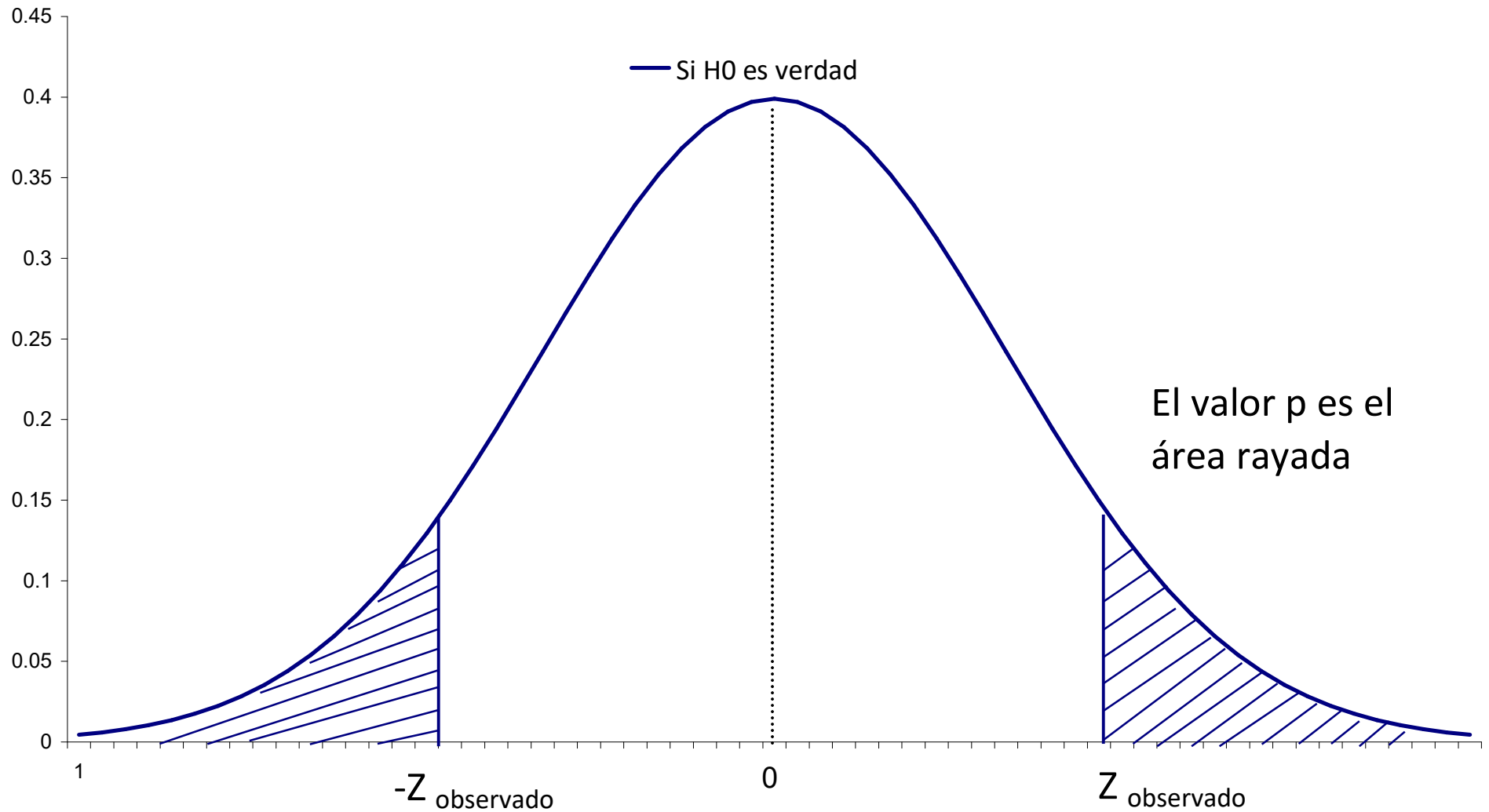






# El valor p (p-value)

$H_0: \mu = \mu_0$  vs.  $H_A: \mu$  distinto  $\mu_0$





# El valor p para un test unilateral

- Volviendo a la maratón de Washington, supongamos que cierto grupo dentro de la organización duda de que el tiempo promedio de la carrera sea de 94 minutos 52 segundos.
- $H_0: \mu = 94.52$  vs.  $H_A: \mu > 94.52$
- Disponemos de una muestra de  $n=100$ ,  $\bar{X}=97.19$ ,  $\sigma=15.93$
- Determinar el valor p asociado al estadístico correspondiente.



## El valor p para un test bilateral

---

- Volviendo a la maratón de Washington, supongamos que cierto grupo dentro de la organización duda de que el tiempo promedio de la carrera sea de 94 minutos 52 segundos.
- $H_0: \mu = 94.52$  vs.  $H_A: \mu \neq 94.52$
- Disponemos de una muestra de  $n=100$ ,  $\bar{X}=97.19$ ,  $\sigma=15.93$
- Determinar el valor p asociado al estadístico correspondiente.



# Test de hipótesis para la media con muestras pequeñas

- Recordemos que cuando  $n < 30$  se debe asumir que la poblacional es aproximadamente normal.
- Además si  $\sigma$  es desconocido, entonces se debe utilizar  $S$  como estimador de  $\sigma$ .
- En este caso debemos trabajar con la *t-student* que da cuenta de la menor confianza que se tiene en  $S$  por el hecho de tener una muestra con  $n < 30$ .

$$t = \frac{\text{valor observado } (\bar{X}) - \mu_{H_0}}{\text{SE}} = \frac{\bar{X} - \mu_{H_0}}{\hat{\sigma}_{\bar{X}}} = \frac{\bar{X} - \mu_{H_0}}{s/\sqrt{n}}$$



# Test de hipótesis para la media con muestras pequeñas

- Plantear la  $H_0$  y la  $H_A$ .
- Calcular estimador puntual /Revisar condiciones.
- Graficar la distribución y sombrear el área correspondiente de acuerdo con el tipo de test que se está llevando a cabo.
- Calcular el estadístico  $t$  y/o el valor  $p$  asociado
  - Si  $t > t$  crítico  $\rightarrow$  rechazó  $H_0$
  - Si  $t < t$  crítico  $\rightarrow$  no rechazó  $H_0$
- Equivalentemente
  - Si  $p < \alpha$  entonces rechazo  $H_0$ . Los datos proveen suficiente evidencia en favor de  $H_A$ .
  - Si  $p > \alpha$  entonces no rechazo  $H_0$ . Los datos no proveen suficiente evidencia en favor de  $H_A$ .

# Test de hipótesis para la media con muestras pequeñas



- Si  $H_0: \mu = \mu_0$  vs.  $H_A: \mu > \mu_0$  entonces la regla de decisión es rechazar  $H_0$  si

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_{H_0}}{s/\sqrt{n}} > t_{n-1, \alpha}$$

- Si  $H_0: \mu = \mu_0$  vs.  $H_A: \mu < \mu_0$  entonces la regla de decisión es rechazar  $H_0$  si

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_{H_0}}{s/\sqrt{n}} < -t_{n-1, \alpha}$$

- Si  $H_0: \mu = \mu_0$  vs.  $H_A: \mu \neq \mu_0$  entonces la regla de decisión es rechazar  $H_0$  si

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_{H_0}}{s/\sqrt{n}} > t_{n-1, \alpha/2} \quad \text{o} \quad t = \frac{\bar{X} - \mu_{H_0}}{s/\sqrt{n}} < -t_{n-1, \alpha/2}$$



# Ejemplo

- Las autoridades de una institución educativa publicitan en su página web, que sus cursos escolares son reducidos y con atención personalizada por parte del docente, de aprox. 35 alumnos promedio por curso. Sin embargo, la organización estudiantil del colegio cree que los cursos son demasiado numerosos, lo que dificulta el aprendizaje de los alumnos. Ellos estiman que el tamaño promedio de los cursos es mayor al que dicen las autoridades. Una muestra de cursos dio la siguiente cantidad de alumnos.

	muestras									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
cantidad de alumnos	42	28	36	47	35	41	33	30	39	48

- Condiciones a cumplir?
- Plantear el test correspondiente y determinar la regla de decisión con nivel de significación  $\alpha=5\%$
- Calcule el valor p para la hipótesis planteada.



# Test de hipótesis para proporciones

- Plantear la  $H_0$  y  $H_A$ 
  - $H_0: p=p_0$  vs.  $H_A: p<p_0$  ó  $p>p_0$  ó  $p\neq p_0$
- Calcular el estimador puntual  $\hat{p}$
- Chequear las condiciones
  - Independencia: muestreo aleatorio/ asignación aleatoria y si es sin reemplazo  $n\leq 10\%$
  - Asimetría/ tamaño de la muestra:  $np_0\geq 10$  y  $n(1-p_0)\geq 10$
- Graficar la distribución, sombrear la hipótesis a evaluar y calcular el estadístico

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$





# Test de hipótesis para proporciones

- Si  $H_0: p=p_0$  vs.  $H_A: p>p_0$  entonces la regla de decisión es rechazar  $H_0$  si

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} > Z_\alpha$$

- Si  $H_0: p=p_0$  vs.  $H_A: p<p_0$  entonces la regla de decisión es rechazar  $H_0$  si

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} < -Z_\alpha$$

- Si  $H_0: p=p_0$  vs.  $H_A: p \neq p_0$  entonces la regla de decisión es rechazar  $H_0$  si

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} > Z_{\alpha/2} \quad \text{o} \quad Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} < -Z_{\alpha/2}$$

# Test de hipótesis para proporciones

---



- Equivalentemente uno puede calcular el valor  $p$  asociado al estadístico  $Z$ . Entonces
  - Si  $p < \alpha$  rechazo  $H_0$ . Los datos proveen suficiente evidencia en favor de  $H_A$ .
  - Si  $p > \alpha$  no rechazo  $H_0$ . Los datos no proveen evidencia en favor de  $H_A$ .



# Intervalo de confianza vs. test de hipótesis para proporciones

$\hat{p}$ vs. $p_{H_0}$	Intervalo de confianza	Test de hipótesis
Condición nro. de éxitos - nro. de fracasos	$n\hat{p} \geq 10$ $n(1 - \hat{p}) \geq 10$	$np_{H_0} \geq 10$ $n(1 - p_{H_0}) \geq 10$
Error estándar	$\sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}$	$\sqrt{\frac{p_{H_0}(1 - p_{H_0})}{n}}$



# Test de hipótesis para proporciones

- Supongamos General Electric recibe regularmente envíos de unidades de refrigeración para instalar refrigeradores y en los últimos 18 meses, sólo el 2% de ellos han sido unidades deficientes. El proveedor de estas unidades cambia de a una nueva planta. Este cambio le preocupa a General Electric y teme por la calidad de las unidades. Por esa razón deciden tomar una muestra al azar de 500 unidades del envío proveniente de la nueva planta del proveedor, y encuentran que 21 de estas unidades son de calidad inferior.
- Calcule el intervalo de confianza al 95% para la proporción de unidades de inferior calidad del envío de la nueva planta
- Calcule el valor  $p$  para la hipótesis nula de que la calidad no ha variado.

# Prueba de hipótesis para la varianza de una distribución normal

---



- Ya estudiamos test para la media muestral y para las proporciones muestrales.
- Existen situaciones en las que queremos saber si la varianza poblacional es un valor específico o un conjunto de valores.
- En los procesos de control de calidad, esta necesidad es especialmente importante, ya que un proceso con una varianza grande puede producir muchos artículos defectuosos.
- Estudiaremos métodos para evaluar la varianza poblacional  $\sigma^2$  en base a la varianza muestral  $s^2$  a partir de una muestra aleatoria de  $n$  observaciones extraídas de una población que sigue una distribución normal.

# Prueba de hipótesis para la varianza de una distribución normal



- La base para realizar este tipo de test está en la distribución que vincula a  $\sigma^2$  con  $s^2$ .

$$\chi_{n-1}^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$$

- Si la  $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$  entonces bajo  $H_0$  la variable aleatoria  $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$  sigue una distribución  $\chi_{n-1}^2$
- Los test de hipótesis para  $\sigma^2$  se basan en pruebas de este estadístico.
- Si la hipótesis alternativa es  $H_A: \sigma^2 > \sigma_0^2$ , sospecharíamos de la  $H_0$  si la varianza muestral es muy superior a  $\sigma_0^2$
- Por lo tanto se rechazaría  $H_0$  a favor de  $H_A$  si el valor  $\chi_{n-1}^2$  es grande.

# Prueba de hipótesis para la varianza de una distribución normal

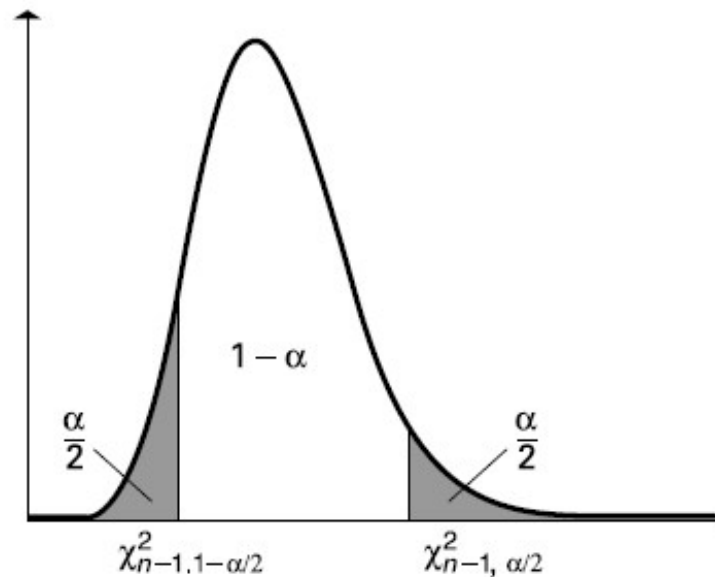


- En el caso del test unilateral consideraríamos

$$P(\chi_{n-1}^2 > \chi_{n-1, \alpha}^2) = \alpha \quad \text{ó} \quad P(\chi_{n-1}^2 < \chi_{n-1, 1-\alpha}^2) = \alpha$$

- Y en el caso de dos colas

$$P\left(\chi_{n-1}^2 > \chi_{n-1, \alpha/2}^2 \text{ o } \chi_{n-1}^2 < \chi_{n-1, 1-\alpha/2}^2\right) = \alpha$$



# Prueba de hipótesis para la varianza de una distribución normal



- Dada una muestra aleatoria de  $n$  observaciones procedentes de una población que sigue una distribución normal que tiene una varianza  $\sigma^2$ . Si la varianza muestral  $s^2$ , el siguiente test tienen el nivel de significación  $\alpha$ .

- Si  $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$  vs.  $H_A : \sigma^2 > \sigma_0^2$

- Se rechaza  $H_0$  si  $\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} > \chi_{n-1, \alpha}^2$

- Si  $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$  vs.  $H_A : \sigma^2 < \sigma_0^2$

Se rechaza  $H_0$  si  $\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} < \chi_{n-1, 1-\alpha}^2$



# Prueba de hipótesis para la varianza de una distribución normal



- Y si  $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$  vs.  $H_A : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$
- Se rechaza  $H_0$  si

$$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} > \chi_{n-1, \alpha/2}^2 \quad \text{o} \quad \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} < \chi_{n-1, 1-\alpha/2}^2$$

# Prueba de hipótesis para la varianza de una distribución normal



- Ejemplo: Un supervisor de control de calidad sabe que el llenado exacto de las latas puede variar, dado que existen factores incontrolables que afectan este proceso. Si bien el llenado medio es importante, también lo es la varianza. Si  $\sigma^2$  es grande puede ocurrir que algunas latas contengan muy poco mientras otras contengan mucho. Suponga que los estándares de la empresa exigen que la cantidad de llenado sea de 16 onzas promedio con un desvío estándar menor o igual al 0,1. El supervisor toma una muestra de 10 latas y registra el peso del contenido de cada lata.

---

Peso en onzas para 10 latas

---

15.80 15.95 16.15 16.24 15.85  
16.06 16.10 16.04 16.12 16.23

- ¿Proveen estos datos suficiente evidencia para decir que la variabilidad en los pesos responde a los estándares de la empresa?